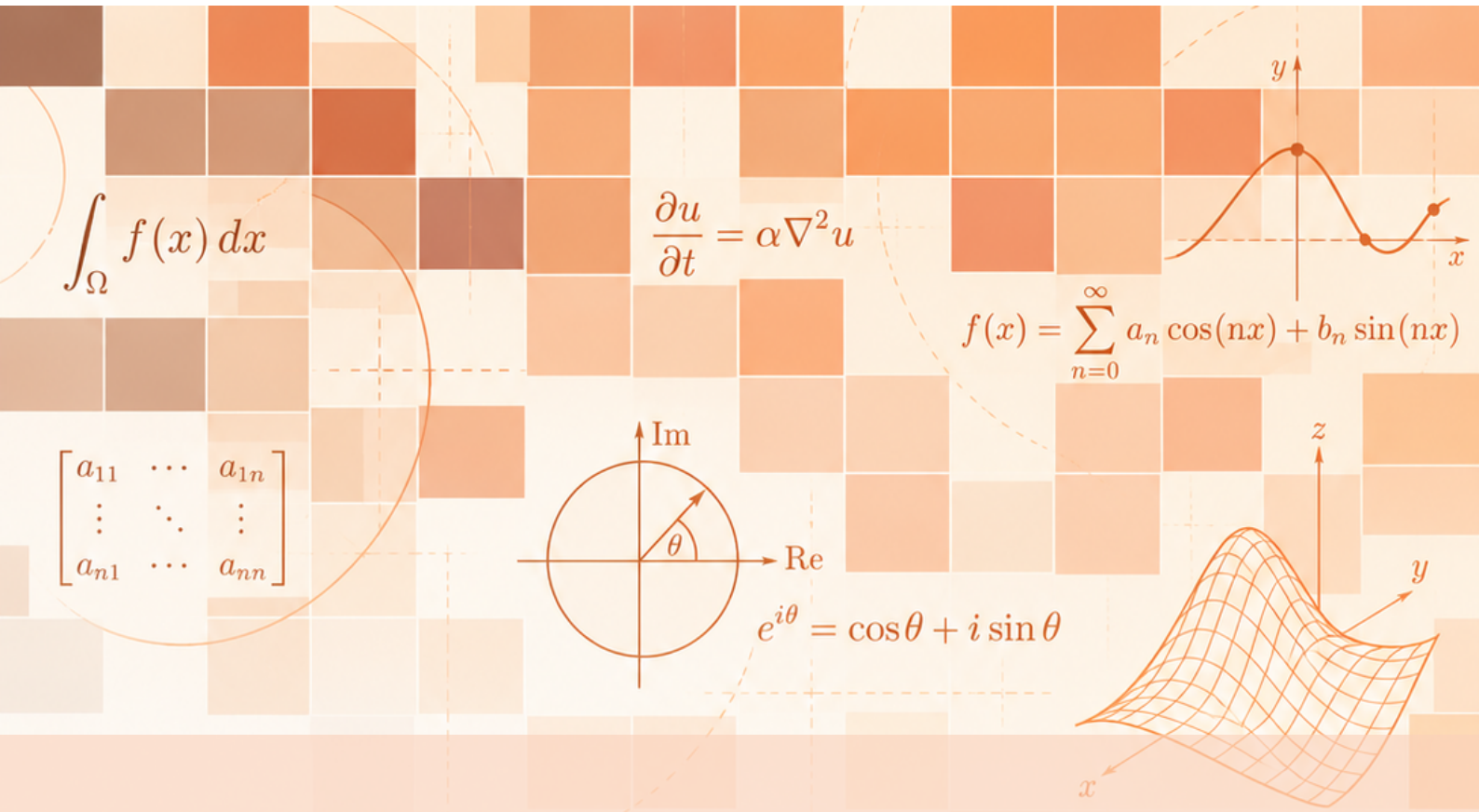
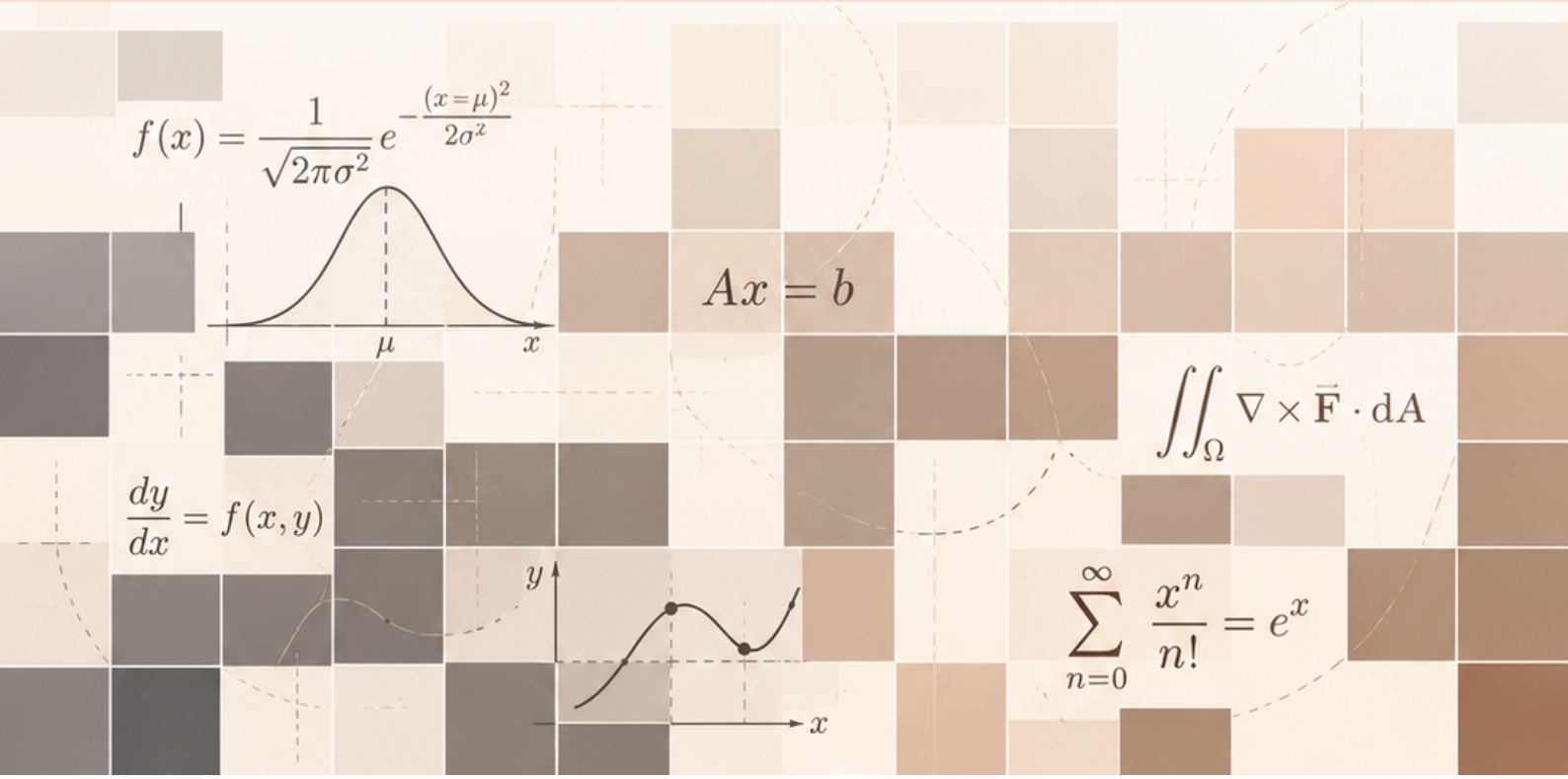


Analisi dei dati per l'ingegneria (146172) (module 1)

Riassuntone

Enrico Bertolazzi



Copyright © 2025 Enrico Bertolazzi

Published by Publisher

book-website.com

Licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 License (the "License"). You may not use this file except in compliance with the License. You may obtain a copy of the License at https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0. Unless required by applicable law or agreed to in writing, software distributed under the License is distributed on an "as is" basis, without warranties or conditions of any kind, either express or implied. See the License for the specific language governing permissions and limitations under the License.

First printing, May 2025



Contents

1 Riassuntone per l'esame 5

2 Calcolo Numerico 7
2.1 Sistemi lineari: metodi diretti 7
2.2 Fattorizzazione QR 8
2.3 Interpolazione polinomiale 9
2.4 Integrazione numerica 10
2.5 Zeri di funzione 10
2.6 Sistemi lineari: metodi iterativi 11
2.7 Equazioni differenziali ordinarie: Runge-Kutta 12

3 Elenco domande 15

References 17



1. Riassuntone per l'esame

Riassunto degli argomenti del corso e lista di possibili domande.

Questo volume si legge dopo le note del corso, di cui ripercorre i risultati in forma compatta; gli esercizi svolti stanno in un terzo volume.



2. Calcolo Numerico

Formulario del corso. Le sezioni seguono **l'ordine dei capitoli**: ognuna rimanda al capitolo in cui l'argomento è svolto per esteso, con le ipotesi e le dimostrazioni. Qui ci sono solo le formule da avere sotto gli occhi.

2.1 Sistemi lineari: metodi diretti

Capitolo di riferimento: Metodo di eliminazione di Gauss, Fattorizzazione di Cholesky

Matrice di Frobenius

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} \quad \Longrightarrow \quad \boldsymbol{F}_1 = \boldsymbol{I} - \begin{pmatrix} 0 \\ \boldsymbol{v}_1 \end{pmatrix} \boldsymbol{e}_1^\top \qquad \boldsymbol{v}_1 = \begin{pmatrix} a_2/a_1 \\ \vdots \\ a_n/a_1 \end{pmatrix}$$

per cui

$$\boldsymbol{F}_1 \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

ed

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_k \\ a_{k+1} \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} \quad \Longrightarrow \quad \boldsymbol{F}_k = \boldsymbol{I} - \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \boldsymbol{v}_k \end{pmatrix} \boldsymbol{e}_k^\top \qquad \boldsymbol{v}_k = \begin{pmatrix} a_{k+1}/a_k \\ \vdots \\ a_n/a_k \end{pmatrix}$$

per cui

$$\boldsymbol{F}_k \begin{pmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_k \\ a_{k+1} \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_k \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

inoltre

$$\boldsymbol{L} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & & 0 \\ & 1 & & & \vdots \\ & & \ddots & & \vdots \\ & & & 1 & \vdots \\ v_1 & v_2 & & v_{n-1} & 1 \end{pmatrix}$$

Cholesky: passo generico

Per $\boldsymbol{A}$ simmetrica definita positiva, $\boldsymbol{A} = \boldsymbol{R}^\top \boldsymbol{R}$ con $\boldsymbol{R}$ triangolare superiore. Al primo passo

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} \alpha & \boldsymbol{a}^\top \\ \boldsymbol{a} & \tilde{\boldsymbol{A}} \end{pmatrix} = \boldsymbol{R}_1^\top \begin{pmatrix} 1 & \boldsymbol{0}^\top \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{A}' \end{pmatrix} \boldsymbol{R}_1, \qquad \boldsymbol{R}_1 = \begin{pmatrix} \sqrt{\alpha} & \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \boldsymbol{a}^\top \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{I}_{n-1} \end{pmatrix}$$

e si itera su $\boldsymbol{A}'$. Costo $\sim n^3/3$ flop, metà di Gauss[1]; nessun pivoting necessario.

2.2 Fattorizzazione QR

Capitolo di riferimento: Metodo QR per sistemi lineari, Costruzione della fattorizzazione QR, La pseudo inversa di Moore-Penrose

Rotazione di Givens

$$\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \quad \Longrightarrow \quad \begin{pmatrix} \sqrt{a^2 + b^2} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{G} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \qquad \cos\theta = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \quad \sin\theta = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Riflessione di Householder

$$\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} \quad \Longrightarrow \quad \begin{pmatrix} \|\boldsymbol{x}\|_2 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{H} = \boldsymbol{I} - 2\frac{\boldsymbol{v}\boldsymbol{v}^\top}{\boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{v}}, \qquad \boldsymbol{v} = \boldsymbol{x} + s\|\boldsymbol{x}\|_2 \boldsymbol{e}_1 = \begin{pmatrix} x_1 + s\|\boldsymbol{x}\|_2 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} \qquad s = \operatorname{sign}(x_1)$$

[1] Carl Friedrich Gauss (1777-1855)

Pseudo-inversa di Moore-Penrose

$\boldsymbol{A}^+$ è l'unica matrice che soddisfa le quattro condizioni di Penrose[2]

$$\boldsymbol{A}\boldsymbol{A}^+\boldsymbol{A} = \boldsymbol{A}, \qquad \boldsymbol{A}^+\boldsymbol{A}\boldsymbol{A}^+ = \boldsymbol{A}^+, \qquad (\boldsymbol{A}^+\boldsymbol{A})^\top = \boldsymbol{A}^+\boldsymbol{A}, \qquad (\boldsymbol{A}\boldsymbol{A}^+)^\top = \boldsymbol{A}\boldsymbol{A}^+$$

Se $\boldsymbol{A}$ è quadrata non singolare allora $\boldsymbol{A}^+ = \boldsymbol{A}^{-1}$. Per un vettore, $\boldsymbol{a}^+ = (\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{a})^{-1}\boldsymbol{a}^\top$.

2.3 Interpolazione polinomiale

Capitolo di riferimento: Interpolazione Polinomiale, Interpolazione di Lagrange, Interpolazione di Newton, Esempio di Runge

Errore di interpolazione

$$f(x) - p(x) = \frac{f^{(n+1)}(\zeta)}{(n+1)!}(x - x_0)(x - x_1)\cdots(x - x_n)$$

con $\zeta \in I(x, x_0, x_1, \dots, x_n)$

Interpolazione di Lagrange

$$L_i(x) = \frac{\ell_i(x)}{\ell_i(x_i)}, \qquad \ell_i(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j\neq i}}^{n}(x - x_j)$$

$$p(x) = y_0 L_0(x) + y_1 L_1(x) + \cdots + y_n L_n(x)$$

Interpolazione di Newton

$$\begin{aligned} p(x) = {} & f[x_0]\omega_0(x) \\ & + f[x_0, x_1]\omega_1(x) \\ & + f[x_0, x_1, x_2]\omega_2(x) \\ & \vdots \\ & + f[x_0, x_1, x_2, \dots, x_n]\omega_n(x) \end{aligned}$$

base polinomiale per il metodo di Newton

$$\begin{aligned} \omega_0(x) &= 1 \\ \omega_1(x) &= x - x_0 \\ \omega_2(x) &= (x - x_0)(x - x_1) = \omega_1(x)(x - x_1) \\ &\vdots \\ \omega_n(x) &= (x - x_0)(x - x_1)\cdots(x - x_{n-1}) = \omega_{n-1}(x)(x - x_{n-1}) \end{aligned}$$

Differenze divise

$$f[a, \bullet, b] = \frac{f[a, \bullet] - f[\bullet, b]}{a - b}$$

[2] Roger Penrose (1931)

Scelta dei nodi: Chebyshev

Su nodi equispaziati la costante di Lebesgue[3] cresce come $\Lambda_n \approx \frac{2^{n+1}}{ne(\ln n + \gamma)}$: da qui il fenomeno di Runge[4]. I nodi di Chebyshev[5] la riportano a crescita logaritmica:

$$x_k = \frac{a+b}{2} + \frac{b-a}{2}\cos\left(\pi\frac{2k+1}{2n+2}\right), \qquad x_k = \frac{a+b}{2} + \frac{b-a}{2}\cos\left(\frac{k\pi}{n}\right)$$

(Chebyshev e Chebyshev-Lobatto). L'errore di interpolazione resta entro un fattore $1 + \Lambda_n$ da quello della miglior approssimazione.

2.4 Integrazione numerica

Capitolo di riferimento: Integrazione numerica, Integrazione composita

Trapezi

$$\int_a^b f(x)dx = \underbrace{\frac{h}{2}\left[f(a) + f(b) + 2\sum_{k=1}^{n-1} f(x_i)\right]}_{\text{formula quadratura}} \quad \underbrace{-\frac{b-a}{12}h^2 f''(\zeta)}_{\text{termine di errore}}$$

Simpson

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{3}\left[f(x_0) + 4f(x_1) + 2f(x_2) + 4f(x_3) + \cdots + 4f(x_{n-1}) + f(x_n)\right] - \frac{b-a}{180}h^4 f^{(4)}(\zeta)$$

Errore integrazione per intervallo (-1,1)

$$\text{Trapezi}: \quad c = -\frac{2}{3}g''(z)$$

$$\text{Simpson}: \quad c = -\frac{1}{90}g''''(z)$$

$$\begin{matrix}\text{Gauss}\\ \text{Legendre}\end{matrix} \quad c = \frac{2^{2m+1}(m!)^4}{(2m+1)((2m)!)^3}g^{(2m)}(z)$$

Trasformazione per l'intervallo $[a, b]$:

$$N \geq \left(\frac{b-a}{2}\right)\left(\frac{|c|(b-a)}{2\epsilon}M_p\right)^{1/p}$$

2.5 Zeri di funzione

Capitolo di riferimento: Zeri di funzione, Iterazioni di punto fisso, Zeri di polinomi

[3] Henri Léon Lebesgue (1875-1941)
[4] Carl David Tolmé Runge (1856-1927)
[5] Pafnutij L'vovič Čebyšëv (1821-1894)

Newton secanti Halley

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)},$$

$$x_{k+1} = x_k - \frac{(x_k - x_{k-1})f(x_k)}{f(x_k) - f(x_{k-1})},$$

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)f'(x_k)}{f'(x_k)^2 - \frac{1}{2}f(x_k)f''(x_k)},$$

Verifica numerica dell'ordine con radice α nota

$$\boxed{p \approx \frac{\log \dfrac{|x_{k+1} - \alpha|}{|x_{k+2} - \alpha|}}{\log \dfrac{|x_k - \alpha|}{|x_{k+1} - \alpha|}},}$$

Punto fisso: convergenza e ordine

$\alpha = g(\alpha)$ e g lipschitziana su $I = [\alpha - \rho, \alpha + \rho]$ con costante $L < 1$: le iterate $x_{k+1} = g(x_k)$ restano in I, convergono ad α ed α è l'unico punto fisso in I.

$$\left|g(x) - g(x')\right| \leq L\left|x - x'\right|, \qquad 0 \leq L < 1$$

L'ordine si legge dalle derivate in α: se $g'(\alpha) = \cdots = g^{(p-1)}(\alpha) = 0$ e $g^{(p)}(\alpha) \neq 0$ il metodo ha ordine p. Newton[6] su radice semplice ha $p = 2$, sulle secanti $p = (1 + \sqrt{5})/2 \approx 1.618$, Halley[7] $p = 3$.

2.6 Sistemi lineari: metodi iterativi

Capitolo di riferimento: Metodi Iterativi per Sistemi Lineari

Schema generale

$$\boldsymbol{P}\boldsymbol{x}_{k+1} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{Q}\boldsymbol{x}_k$$

nota: mai invertire $\boldsymbol{P}$.

Table 2.1: Quadro riassuntivo metodi iterativi classici

	Jacobi	**Gauss-Seidel**	**SOR**
$\boldsymbol{P}$	$\boldsymbol{D}$	$\boldsymbol{D} - \boldsymbol{L}$	$\frac{\boldsymbol{D}}{\omega} - \boldsymbol{L}$
$\boldsymbol{Q}$	$\boldsymbol{L} + \boldsymbol{U}$	$\boldsymbol{U}$	$\frac{1-\omega}{\omega}\boldsymbol{D} + \boldsymbol{U}$
$\boldsymbol{I} - \boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{A}$	$\boldsymbol{D}^{-1}(\boldsymbol{L} + \boldsymbol{U})$	$(\boldsymbol{D} - \boldsymbol{L})^{-1}\boldsymbol{U}$	$\left(\frac{\boldsymbol{D}}{\omega} - \boldsymbol{L}\right)^{-1}\left(\frac{1-\omega}{\omega}\boldsymbol{D} + \boldsymbol{U}\right)$

Per il calcolo del raggio spettrale evitando l'inversione della matrice $\boldsymbol{P}$

$$0 = \underbrace{|\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{Q} - \lambda\boldsymbol{I}|}_{p(\lambda)} = \underbrace{|\boldsymbol{P}^{-1}|}_{\neq 0}\underbrace{|\boldsymbol{Q} - \lambda\boldsymbol{P}|}_{q(\lambda)}$$

[6] Isaac Newton (1642-1727)
[7] Edmond Halley (1656-1742)

Criterio di convergenza

Lo schema $\boldsymbol{P}\boldsymbol{x}_{k+1} = \boldsymbol{Q}\boldsymbol{x}_k + \boldsymbol{b}$ converge per ogni dato iniziale **se e solo se**

$$\varrho(\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{Q}) < 1 \qquad \Longleftrightarrow \qquad \varrho(\boldsymbol{Q}\boldsymbol{P}^{-1}) < 1$$

Condizione necessaria per *SOR*: $\omega \in (0, 2)$.

2.7 Equazioni differenziali ordinarie: Runge-Kutta

Capitolo di riferimento: Equazioni Differenziali Ordinarie, Metodi di Runge-Kutta

$$y_{k+1} = y_k + \sum_{i=1}^{s} b_i K_i, \qquad K_i = hf\Big(t_k + c_i h, y_k + \sum_{j=1}^{s} a_{ij} K_j\Big), \qquad \begin{array}{c|c} \boldsymbol{c} & \boldsymbol{A} \\ \hline & \boldsymbol{b}^T \end{array}$$

$$\overbrace{\underbrace{\underbrace{\boldsymbol{A}\mathbf{1} = \boldsymbol{c}}_{\text{consistenza}}, \quad \boldsymbol{b}\cdot\mathbf{1} = 1,}_{\text{ordine1}} \quad \boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c} = \frac{1}{2}, \quad \boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}^2 = \frac{1}{3}, \quad \boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{d} = \frac{1}{6}}^{\text{ordine2}}}^{\text{ordine3}}$$

$$\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}^3 = \frac{1}{4}, \quad (\boldsymbol{b}\otimes\boldsymbol{c})\cdot\boldsymbol{d} = \frac{1}{8}, \quad \boldsymbol{e}\cdot\boldsymbol{c}^2 = \frac{1}{12}, \quad \boldsymbol{e}\cdot\boldsymbol{d} = \frac{1}{24} \quad \text{ordine4}$$

$$\boldsymbol{d} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{c}, \qquad \boldsymbol{e} = \boldsymbol{A}^T\boldsymbol{b}, \qquad \boldsymbol{c}^2 = \boldsymbol{c}\otimes\boldsymbol{c}, \qquad \boldsymbol{c}^3 = \boldsymbol{c}\otimes\boldsymbol{c}\otimes\boldsymbol{c}$$

Ordine di convergenza

Errore asintotico

- $y(x)$ soluzione analitica
- y_k soluzione numerica in x_k

$$E_h = \max_{k=0}^{n} |y_k - y(x_k)| \approx Ch^p.$$

stima dell'errore

$$\boxed{p \approx \frac{\log \dfrac{E_{h_1}}{E_{h_2}}}{\log \dfrac{h_1}{h_2}},}$$

Stabilità assoluta

Capitolo di riferimento: Stabilità assoluta

Applicando un metodo a un passo all'equazione test $z' = \lambda z$ si ottiene $z_{n+1} = R(q)z_n$ con $q = h\lambda$; per un metodo di Runge-Kutta

$$R(q) = 1 + q\,\boldsymbol{b}^T(\boldsymbol{I} - q\boldsymbol{A})^{-1}\mathbf{1}, \qquad \mathcal{S} = \big\{q : |R(q)| \le 1\big\}$$

- metodo **esplicito** $\Longrightarrow$ R polinomio $\Longrightarrow$ $\mathcal{S}$ **limitata**
- **A-stabile**: $\mathrm{Re}(q) \le 0 \Rightarrow q \in \mathcal{S}$ (solo metodi impliciti)
- **L-stabile**: A-stabile e $R(q) \to 0$ per $|q| \to \infty$

Table 2.2: Funzioni di stabilità dei metodi a un passo.

	$R(q)$	$\mathbb{R}^-$	A	L
Eulero esplicito	$1+q$	$[-2,0]$	no	no
RK2	$1+q+\frac{q^2}{2}$	$[-2,0]$	no	no
RK4	$\sum_{k\leq 4}\frac{q^k}{k!}$	$\approx[-2.785,0]$	no	no
Eulero implicito	$\frac{1}{1-q}$	$(-\infty,0]$	sì	sì
Trapezi	$\frac{1+q/2}{1-q/2}$	$(-\infty,0]$	sì	no

Problema **stiff**: rapporto $\max|\mathrm{Re}\lambda_j|/\min|\mathrm{Re}\lambda_j|$ grande. Il passo di un metodo esplicito è allora dettato dalla **stabilità** ($h\lambda_j \in S$ per ogni j) e non dall'accuratezza.



3. Elenco domande

- Come si scrivono (quale forma hanno) le matrici di Frobenius usate nella fattorizzazione LU?
- Com'è fatta la base di polinomi nell'interpolazione di Lagrange[1]?
- Com'è fatta la base di polinomi nell'interpolazione di Newton[2]?
- Che cosa afferma il teorema di approssimazione di Weierstrass?
  - Sia data una funzione continua $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ ... [completa]
- Che cosa afferma il problema di approssimazione di Bernstein[3]?
  - Sia data una funzione continua $f : [0, 1] \to \mathbb{R}$ ... [completa]
- Che cos'è il fenomeno di Runge[4]?
- Che cosa afferma il teorema di Rolle[5]?
- Quale è la formula dell'errore $e(x) = f(x) - p(x)$ nella interpolazione polinomiale per la funzione $f(x)$.
  1. $e(x) = \dfrac{f^{(n+1)}(x)}{(n+1)!} \omega_{n+1}(\zeta)$ per $\zeta \in I(x_0, \dots, x_n, x)$
  2. $e(x) = \dfrac{f^{(n+1)}(\zeta)}{(n+1)!} \omega_{n+1}(x)$ per $\zeta \in I(x_0, \dots, x_n, x)$
  3. $e(x) = \dfrac{f^{(n)}(\zeta)}{n!} \omega_{n+1}(x)$ per $\zeta \in I(x_0, \dots, x_n, x)$
  4. $e(x) = \dfrac{f^{(n+2)}(\zeta)}{(n+2)!} \omega_{n+2}(x)$ per $\zeta \in I(x_0, \dots, x_n, x)$
  5. Sono tutte sbagliate
- Quale tra queste espressioni è la ricorrenza per le differenze divise per la funzione $g(x)$
  1. $g[a, b] = \dfrac{g(a) - g(b)}{a - b}$
  2. $g[a, \dots, b] = \dfrac{g[a, \dots] + g[\dots, b]}{a + b}$
  3. $g[a, \dots, b] = g[a, \dots] - g[\dots, b]$
  4. $g[a, \dots, b] = \dfrac{g[a, \dots] - g[\dots, b]}{a - b}$
  5. Sono tutte sbagliate
- Cosa vuole dire che la successione x_n converge ad α linearmente (q-linearmente)?

[1] Joseph-Louis Lagrange (1736-1813)
[2] Isaac Newton (1642-1727)
[3] Sergej Natanovič Bernštejn (1880-1968)
[4] Carl David Tolmé Runge (1856-1927)
[5] Michel Rolle (1652-1719)

- Cosa vuole dire che la successione x_n converge ad α quadraticamente (q-quadraticamente)?
- Cosa vuole dire che la successione x_n converge ad α super-linearmente (q-superlineare)?
- Quale tra questi metodi non è un metodo iterativo basato sullo splitting
  1. Metodo SOR
  2. Metodo di Jacobi[6]
  3. Metodo di Gauss-Seidel[7]
  4. Metodo di eliminazione di Gauss
  5. Sono tutti basati sullo splitting
- Scrivere la formula di quadratura Midpoint per l'integrale $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$
- Scrivere la formula di quadratura dei Trapezi per l'integrale $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$
- Dato il sistema lineare $\boldsymbol{A}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ con $\boldsymbol{A} = \boldsymbol{D} + \boldsymbol{L} + \boldsymbol{U}$. Scrivere lo splitting corrisponde al metodo di Jacobi/Gauss-Seidel
- Dato il seguente metodo iterativo $\boldsymbol{P}\boldsymbol{x}_{k+1} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{Q}\boldsymbol{x}_k$. Quale è la condizione da soddisfare per dire che il metodo è convergente?
- Qual è la definizione corretta del raggio spettrale di una matrice $\boldsymbol{A}$?
- Scrivere la definizione di $f(x)$ Lipschitz[8] continua?
- Nel teorema di esistenza di Peano per ODE che proprietà deve avere $f(x, y)$?
- Dato il sistema sovradeterminato (con più righe che colonne) $\boldsymbol{A}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$, con $\boldsymbol{A}$ di rango massimo, che cosa rappresenta la soluzione $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{A}^{+}\boldsymbol{b}$?

[6] Carl Gustav Jacob Jacobi (1804-1851)
[7] Carl Friedrich Gauss (1777-1855) e Philipp Ludwig von Seidel (1821-1896)
[8] Rudolph Otto Sigismund Lipschitz (1832-1903)


$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \nabla^2 T$
$\oint_{\partial\Omega} \mathbf{F} \cdot d\vec{\mathbf{r}} = \iint_{\Omega} (\nabla \times \mathbf{F}) \cdot \hat{\mathbf{n}}\, dA$
$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$
$e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$
$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$
$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = e^x$
$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi$
$f(k) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{f}(x)\, e^{-ikx} dx$

References



Indice analitico

costante di Lebesgue, 10

differenze divise, 10, 15

eliminazione di Gauss, 16
equazione
    test di Dahlquist, 12
errore
    di interpolazione, 9, 10

fattorizzazione
    LU, 15
    QR, 8
fenomeno di Runge, 15
formule di quadratura, 16
    dei trapezi, 10, 16
    di Simpson, 10

interpolazione
    di Lagrange, 10, 15
    di Newton, 10, 15
iterazione di punto fisso, 11

matrice
    di Frobenius, 7
    simmetrica definita positiva, 8
metodi di Runge-Kutta, 12
metodo
    di Gauss-Seidel, 16
    di Jacobi, 16
    di Newton, 10
    SOR, 12, 16
minimi quadrati, 8

nodi
    di Chebyshev, 10
    di Chebyshev-Lobatto, 10
    equispaziati, 10

ordine di convergenza, 12

pivoting, 8
problema
    stiff, 13
pseudo-inversa di Moore-Penrose, 9

raggio spettrale, 11, 16
rotazione di Givens, 9

splitting, 16
stabilità
    A-stabilità, 12
    assoluta, 12
    L-stabilità, 12

teorema
    di Rolle, 15